

PSI  
Physique · Modélisation · Chimie  
2018

Sous la coordination de

Alexandre HERAULT  
professeur en CPGE  
ancien élève de l'École Normale Supérieure (Paris-Saclay)

Stéphane RAVIER  
professeur en CPGE  
ancien élève de l'École Normale Supérieure (Lyon)

Par

Nicolas COURRIER  
professeur en CPGE

Jérôme DIDIER  
professeur en CPGE

Julien DUMONT  
professeur en CPGE

Olivier FRANTZ  
professeur agrégé en école d'ingénieurs

Raphaël GALICHER  
enseignant-chercheur à l'université

Alexandre HERAULT  
professeur en CPGE

Jérôme LAMBERT  
enseignant-chercheur à l'université

Augustin LONG  
ENS Lyon

Fabrice MAQUÈRE  
professeur agrégé

Cyril RAVAT  
professeur en CPGE

Stéphane RAVIER  
professeur en CPGE

# Sommaire thématique de physique

2015 – 2018

CCP MP Physique				••	•		•				••	••	••
CCP MP Physique et Chimie	••	••			•		••				•	•	
CCP PC Physique	•	•			••		•••	••			••	••	••
CCP PC Modélisation Phys-Chimie	•	•		•									
CCP PSI Physique et Chimie	••	•		•	•••	•	•	•	•	•	••	•	
CCP PSI Modélisation numérique	•	••			•	•					•		
Centrale MP Physique et Chimie 1	•	•	•	•	•		•••				••		••
Centrale MP Physique et Chimie 2	•			••	•		•••				•	••	
Centrale PC Physique 1				•	•			•••	••	••	•••	•	
Centrale PC Physique 2	••	•	•	••	•		••	•	••			••	•••
Centrale PSI Physique et Chimie 1	•			••	•	••	••				••		
Centrale PSI Physique et Chimie 2	•••	•			•••	•	••	••	•	•	••	•	
Mines MP Physique 1	•				•		•••			•	•••		•
Mines MP Physique 2	••		••	••			•••				•		••
Mines PC Physique 1	•				•		•••	••	•	•	•••		
Mines PC Physique 2	••	•		•			••	••	••	••	•	•	••
Mines PSI Physique 1	•				•		•••	••	•	•	•••		
Mines PSI Physique 2	•					••	•	•	•	•	••		
X/ENS MP Physique	•		•				•••			•	•	•	
X/ENS MP Physique et SI	•	•			•		•••			•	•	•	•
X/ENS PC Physique A	•				•		•••	•			•••	•••	•
X/ENS PC Physique B				••			•••	•••	•	•	••		
X/ENS PSI Physique	•	••		••	•••	••	••	•	•	•	••		•
X/ENS PSI Physique-Modélisation	•				••	•••	•••	••			•••		
	Thermodynamique générale	Phénomènes diffusifs	Physique statistique	Électrostatique et magnétostatique	Électronique	Conversion de puissance	Mécanique du point et du solide	Mécanique des fluides	Ondes mécaniques et sonores	Électromagnétisme	Optique	Physique quantique	

---

# Sommaire

---

		Énoncé	Corrigé
<b>CONCOURS COMMUNS POLYTECHNIQUES</b>			
Physique et Chimie	Motorisation et ressource énergétique. <i>thermodynamique, mécanique des fluides, ondes, électronique, thermochimie, oxydoréduction</i>	11	23
Modélisation et Ingénierie numérique	Modélisation du captage du courant dans un train à grande vitesse. <i>électricité, modélisation numérique, diffusion thermique, mécanique du solide, asservissement</i>	38	58
<b>CENTRALE-SUPÉLEC</b>			
Physique et Chimie 1	Trains à sustentation électromagnétique. <i>conversion de puissance, électronique, mécanique</i>	75	81
Physique et Chimie 2	L'oxygène. <i>thermodynamique, mécanique des fluides, électromagnétisme, électronique, oxydoréduction, thermochimie</i>	94	101

### MINES-PONTS

Physique 1	Interaction laser plasma à haut éclairage. <i>mécanique classique, électromagnétisme, physique des plasmas</i>	117	127
Physique 2	Étude d'un transducteur électrodynamique. <i>milieux ferromagnétiques, induction, ondes sonores</i>	146	155
Chimie	Le bioéthanol. <i>thermodynamique, oxydoréduction, diagrammes E-pH, cristallographie</i>	171	178

### POLYTECHNIQUE-ENS

Physique	Problèmes liés à la distribution filaire de l'énergie électrique. <i>électrocinétique, ondes, conversion de puissance</i>	188	196
Physique et Modélisation	Bras exosquelette haptique. <i>électricité, électronique numérique, induction, asservissement, mécanique, représentation des nombres</i>	210	228

### FORMULAIRES

Constantes chimiques	248
Constantes physiques	251
Formulaire d'analyse vectorielle	252
Classification périodique	256

# Sommaire thématique de chimie

2015 – 2018

CCP MP Physique et Chimie	•••	••	•	••	•••	••	•••				
CCP PC Chimie	•••	•	••	•••	•		•••	••	•••	•••	••
CCP PC Modélisation Phys-Chimie											
CCP PSI Physique et Chimie	•	•		•••	•	••	•	•			
Centrale MP Physique et Chimie 1	•	•	•				•				
Centrale MP Physique et Chimie 2	••	•	•	••	•	••	••				
Centrale PC Chimie	•	•	••	••	••	•	••	•	•••	•••	•••
Centrale PSI Physique et Chimie 1	•	•		•							
Centrale PSI Physique et Chimie 2		•		•••	••	•	•••				
Mines MP Chimie	•••	••		•••	•••	••	•••				
Mines PC Chimie	••	••	••	••	•••	•	•••		•••		
Mines PSI Chimie	•••	••		•••	•••	••	•••	•			
X/ENS PC Chimie		•	••	••			•••	•	•••	••	
	Cristallographie	Solutions aqueuses	Cinétique chimique	Oxydoréduction	Diagrammes E-pH	Courbes courant-potentiel	Thermodynamique	Mélanges binaires	Chimie organique	Orbitales moléculaires	Chimie de coordination

SESSION 2018

PSIPC03

**CONCOURS COMMUNS  
POLYTECHNIQUES****ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE PSI****PHYSIQUE - CHIMIE****Mercredi 2 mai : 8 h - 12 h**

*N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

**Les calculatrices sont autorisées**

**Le sujet est composé de 3 parties, toutes indépendantes.**

Les poids des différentes parties sont approximativement de 45 %, 10 % et 45 %.  
Un document et des données sont disponibles en fin de sujet.

## MOTORISATION ET RESSOURCE ÉNERGÉTIQUE

La croissance de la demande énergétique pose des questions essentielles pour la sauvegarde de nos modes de vie et pour le développement durable de la planète. L'approvisionnement énergétique doit satisfaire, en temps réel et de la façon la plus écologique possible, une demande variable dans le temps et dans l'espace.

Ce problème s'intéresse au domaine du transport. Il a pour but d'étudier des solutions thermiques et électriques tant au niveau de la motorisation que de l'approvisionnement en énergie.

### Partie I - Véhicule automobile thermique

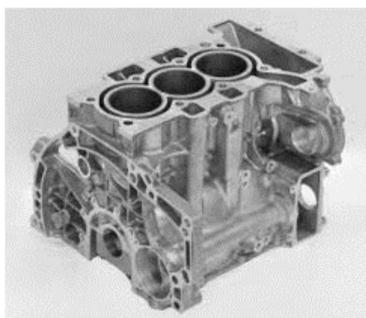
#### Étude comparative des différents carburants

Les principaux combustibles automobiles sont :

- l'essence SP98 dont l'octane  $C_8H_{18}$  est le principal constituant ;
- le GPL (Gaz de Pétrole Liquéfié) constitué en proportion molaire d'environ 50 % de propane  $C_3H_8$  et 50 % de butane  $C_4H_{10}$ . Une mole de GPL se compose ainsi de 0,5 mole de propane et de 0,5 mole de butane ;
- le GNV (Gaz Naturel pour Véhicules) essentiellement constitué de méthane  $CH_4$ .

- Q1.** Écrire les réactions de combustion d'une mole de ces hydrocarbures par le dioxygène de l'air qui aboutit à la formation de vapeur d'eau et de dioxyde de carbone.
- Q2.** Évaluer pour la combustion du méthane l'enthalpie de réaction  $\Delta_r H_1^\circ$  à 298 K. Commenter son signe.
- Q3.** Pour les combustions respectives d'une mole de GPL et d'une mole d'essence SP98, on a  $\Delta_r H_2^\circ = -2\,351 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$  et  $\Delta_r H_3^\circ = -5\,068 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ .  
En déduire pour chacun de ces trois combustibles, l'énergie libérée par mole de  $CO_2$  formée.
- Q4.** Le « bonus écologique », allègement de taxe accordé pour le GPL, est-il de nature à contribuer à limiter les émissions de  $CO_2$  ?

### Étude thermodynamique du moteur PSA EB2



**Figure 1** – Moteur PSA EB2

Ce moteur (**figure 1**), connu sous sa dénomination commerciale 1,2 Puretech, équipe en particulier les Peugeot 108, 208 et 2008, les Citroën C1, C3, C4 Cactus ainsi que la DS3.

Compte tenu de la faible proportion d'essence dans le mélange air-essence, celui-ci sera assimilé uniquement à l'air qu'il contient, lui-même considéré comme un gaz parfait diatomique.

- Q5.** Déterminer, à l'aide de la cylindrée et du rapport volumétrique de compression, les valeurs numériques exprimées en  $\text{cm}^3$  des volumes  $V_1$  et  $V_2$  correspondant respectivement au point mort haut et au point mort bas.
- Q6.** Tracer dans un diagramme de Watt (pression en ordonnées, volume d'un des trois cylindres en abscisses) l'allure du cycle idéalisé, appelé cycle de Beau de Rochas et décrit dans le **document**. On veillera à faire figurer les points A, B, C, D et E.  
Le cycle réel est un peu différent du cycle idéalisé. Expliquer, par une argumentation phrasée de moins de 50 mots, en quoi le cycle réel diffère du cycle idéal.

Dans la suite du problème, le modèle adopté est celui du cycle idéal décrit à pleine puissance par le moteur EB2 et synthétisé dans le **tableau 1**.

Point	A	B	C	D	E
P (bar)	1	1	$P_C$	$P_D$	4
V ( $\text{cm}^3$ )	40	440	40	40	440
T(K)	300	300	$T_C$	2 820	1 193

**Tableau 1** – Cycle thermique du moteur EB2

- Q7.** Déterminer les valeurs manquantes :  $P_C$ ,  $P_D$ ,  $T_C$ .
- Q8.** Déterminer la valeur numérique du travail  $W_{BC}$  reçu par le gaz au cours de la compression BC.
- Q9.** Déterminer le transfert thermique  $Q_{CD}$  reçu par le gaz au cours de l'explosion CD.

## CCP Physique et Chimie PSI 2018 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Augustin Long (ENS Lyon) et Jérôme Lambert (enseignant-chercheur à l'université) ; il a été relu par Alexandre Herault (professeur en CPGE), Olivier Frantz (professeur agrégé en école d'ingénieurs) et Tom Morel (professeur en CPGE).

---

Ce sujet, intitulé « Motorisation et ressource énergétique », aborde différents types de moteurs et met l'accent sur leur approvisionnement énergétique.

- La première partie est consacrée aux moteurs thermiques. Après une étude comparative de différents carburants, on s'intéresse à un moteur type modélisé à l'aide d'un cycle de Beau de Rochas, puis à son alimentation.
- La traction ferroviaire est abordée dans une courte deuxième partie à travers le problème du maintien du contact électrique entre une caténaire et le pantographe d'une rame de TGV.
- La troisième partie est consacrée à différents aspects d'un véhicule électrique, depuis l'électrochimie de la pile à hydrogène jusqu'à l'électronique pilotant le moteur électrique.

Ce sujet est long et aborde de nombreux points du programme à un niveau raisonnable. Il nécessite une connaissance pointue du cours, les rappels de ce dernier étant assez courts, ainsi qu'un effort particulier de rédaction : la concision réclamée par l'énoncé pour certaines réponses peut rendre ces dernières difficiles à formuler. Il est néanmoins fidèle à l'esprit des programmes et constitue un exercice intéressant dans l'optique des concours.

## INDICATIONS

### Partie I

- 2 Utiliser la loi de Hess.
- 5 Consulter le document joint mais faire attention à la coquille entraînant une inversion des volumes des PMH et PMB.
- 9 L'énoncé propose de considérer le mélange air-essence comme un gaz parfait diatomique. Il obéit donc à la loi de Joule.
- 12 Il peut être utile de décomposer la question en plusieurs étapes en commençant, par exemple, par calculer le nombre de cycles par seconde du moteur.
- 14 Calculer le nombre de Reynolds afin de déterminer la nature de l'écoulement. Exprimer le débit en fonction de la vitesse moyenne et du diamètre.
- 15 Appliquer le premier principe à un écoulement permanent en considérant qu'il n'y a pas de transfert thermique.

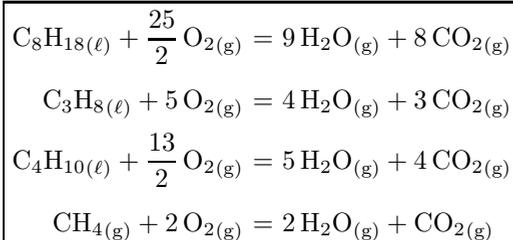
### Partie III

- 20 Exprimer la loi de Nernst à chaque électrode, en prenant soin de noter que la température de travail n'est pas de 298 K.
- 21 Supposer que le gaz stocké suit le modèle du gaz parfait.
- 29 Un intégrateur doit faire intervenir un dipôle dont l'impédance est complexe.

# MOTORISATION ET RESSOURCE ÉNERGÉTIQUE

## I. VÉHICULE AUTOMOBILE THERMIQUE

**1** Les réactions de combustion des hydrocarbures à partir de dioxygène, formant de la vapeur d'eau et du dioxyde de carbone, sont



Il est important de bien préciser les phases des composés dans une équation de réaction, notamment pour calculer des grandeurs thermodynamiques associées à la réaction.

**2** D'après la loi de Hess,

$$\Delta_r H_1^\circ = 2 \Delta_f H^\circ(\text{H}_2\text{O}_{(\text{g})}) + \Delta_f H^\circ(\text{CO}_{2(\text{g})}) - \Delta_f H^\circ(\text{CH}_{4(\text{g})}) - 2 \Delta_f H^\circ(\text{O}_{2(\text{g})})$$

Or, comme  $\text{O}_{2(\text{g})}$  est l'état standard de référence de l'élément O, son enthalpie standard de formation est nulle :  $\Delta_f H^\circ(\text{O}_{2(\text{g})}) = 0$ . On a alors

$$\Delta_r H_1^\circ = 2 \times (-241,8) + (-393,5) - (-74,8)$$

soit

$$\Delta_r H_1^\circ = -802,3 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$

L'enthalpie standard de réaction est fortement négative. La réaction de combustion du méthane est donc très **exothermique** et libère une grande quantité d'énergie sous forme de chaleur.

**3** D'après les équations de réaction données à la question 1, la combustion de l'essence SP98 produit 8 moles de  $\text{CO}_2$  par mole d'hydrocarbure, et celle du GPL en produit 3,5 moles en moyenne. Les énergies libérées par mole de  $\text{CO}_2$  formée sont

$$\begin{aligned} \frac{\Delta_r H_3^\circ}{8} &= \frac{-5\,068}{8} = -633,5 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1} && \text{pour l'essence SP98} \\ \frac{\Delta_r H_2^\circ}{3,5} &= \frac{-2\,351}{3,5} = -671,7 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1} && \text{pour le GPL} \\ \frac{\Delta_r H_1^\circ}{1} &= -802,3 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1} && \text{pour le GNV} \end{aligned}$$

**4** On constate que le GPL permet de **libérer plus d'énergie par mole de dioxyde de carbone formée** que l'essence SP98. Il peut ainsi contribuer à limiter les émissions de  $\text{CO}_2$ .

En plus de limiter les émissions en dioxyde de carbone, le GPL produit très peu de monoxyde de carbone (environ 95 % de moins qu'une voiture à essence) avec en moyenne 63 mg/km (la norme actuelle étant de 1 000 mg/km pour ce gaz polluant), aucune particule fine, et très peu d'oxydes d'azote.

5 D'après le document décrivant les caractéristiques du moteur, le rapport des volumes aux points morts bas ( $V_1$ ) et haut ( $V_2$ ) est

$$\frac{V_1}{V_2} = 11$$

Une coquille s'est glissée dans l'énoncé où les volumes  $V_1$  et  $V_2$  sont inversés. Le document décrivant le cycle permet de la corriger.

Le document décrivant le cycle donne une cylindrée de  $1\,199\text{ cm}^3$  pour 3 cylindres, ce qui conduit à un volume aspiré par cylindre

$$V_1 - V_2 = \frac{1\,199}{3} = 400\text{ cm}^3$$

On obtient ainsi le système suivant (volumes exprimés en  $\text{cm}^3$ ) :

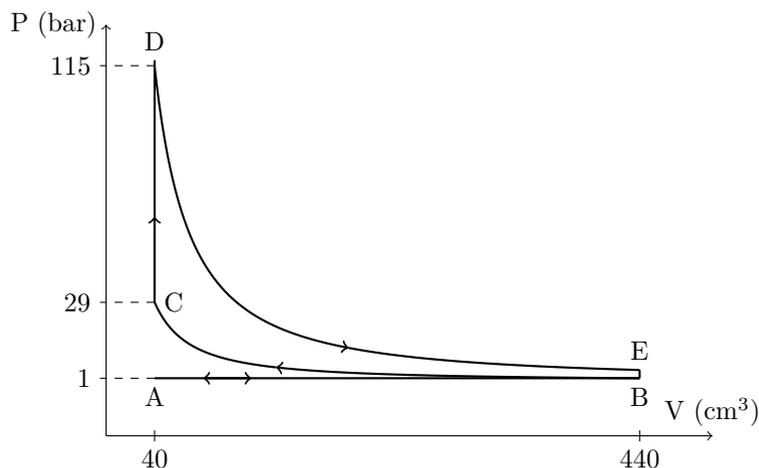
$$\begin{cases} V_1 - 11V_2 = 0 \\ V_1 - V_2 = 400 \end{cases}$$

qui conduit à

$$V_1 = 440\text{ cm}^3 \quad \text{et} \quad V_2 = 40\text{ cm}^3$$

Ces résultats sont confirmés par les données du tableau 1.

6 Le cycle de Beau de Rochas est décrit dans le document intitulé « Principe du moteur à quatre temps ». Le tableau fourni par l'énoncé permet de tracer le diagramme de Watt suivant (les valeurs des pressions  $P_C$  et  $P_D$  sont rajoutées à posteriori après résolution de la question 7).



Le cycle réel est **arrondi au niveau des isochores** du fait de la rotation constante du moteur. (BC) et (DE) **ne sont pas exactement des adiabatiques** car il y a transfert thermique. L'admission et l'échappement engendrant respectivement une dépression et une surpression, **(AB) et (BA) ne se recouvrent pas**.

7 La transformation (BC) est adiabatique et réversible donc la pression et le volume du gaz vérifient la loi de Laplace  $PV^\gamma = C^{\text{te}}$ . On a alors

$$P_C = P_B \left( \frac{V_B}{V_C} \right)^\gamma = 29\text{ bar}$$

# CCP Modélisation et Ingénierie numérique PSI 2018

## Corrigé

Ce corrigé est proposé par Nicolas Courrier (professeur en CPGE) et Stéphane Ravier (professeur en CPGE) ; il a été relu par Julien Dumont (professeur en CPGE), Jérôme Lambert (enseignant-chercheur à l'université) et Tom Morel (professeur en CPGE).

---

Ce problème aborde la modélisation du captage du courant électrique par un train à grande vitesse. Ses trois parties sont indépendantes.

- Dans la première partie, très courte, on modélise le problème d'un point de vue électrique. Une fois que le circuit électrique est bien compris, il n'y a aucune difficulté dans cette partie. Les connaissances de première année suffisent pour répondre aux différentes questions.
- La deuxième partie traite de la modélisation thermique de la caténaire quand le train est à l'arrêt. Dans un premier temps, on adopte une approche à une seule dimension. On met en œuvre un bilan d'énergie pour aboutir à l'équation aux dérivées partielles dont la température est solution. Il s'ensuit la résolution numérique du problème, pour laquelle il convient de déterminer correctement les conditions aux limites du problème. Cette partie se termine par une analyse de certains résultats d'une modélisation tridimensionnelle de la zone de contact entre la caténaire et le pantographe.
- La troisième partie traite de l'asservissement en effort du pantographe sur le fil de contact, ce qui permet de limiter l'usure du fil. Elle se compose de trois points. Le premier est la mesure d'effort dans la caténaire grâce à un capteur positionné sur un bras du pantographe. Le deuxième est la mise en place des critères de performance de l'asservissement des données via un cahier des charges et la prise en compte de la déformation du fil de contact. Le dernier point est l'étude de l'asservissement et la vérification des critères établis.

Ce sujet ne comporte pas de difficulté majeure et il est d'une longueur tout à fait raisonnable. Cela en fait un bon sujet d'entraînement pour les épreuves de modélisation.

## INDICATIONS

### Partie I

- 3 Justifier que  $R_1$  et  $R_2$  sont en parallèle.

### Partie II

- 11 Attention, à la question précédente, on demande des puissances, ici, c'est une énergie.
- 18 Faire attention au fait que le premier indice dans le tableau (indice de ligne) représente les temps (soit la 2<sup>e</sup> variable dans la notation  $T(z, t)$ ).
- 21 Reprendre le bilan effectué à la question 12 : seul le terme de conduction à droite est modifié.
- 24 Utiliser l'équation de Maxwell-Gauss.
- 25 L'énoncé n'est pas très clair concernant les légendes. Les potentiels sont bien à droite du graphique mais ne sont pas « en ordonnée », il s'agit d'une légende individuelle pour chaque surface équipotentielle. Les graduations sur les lignes du quadrillage sont toutes des distances, exprimées en mètres. Estimer le champ en calculant le gradient du potentiel.
- 26 Les échelles de temps sont-elles analogues ?
- 27 Les légendes des points expérimentaux à 600 s et 1 200 s ont vraisemblablement été échangées au niveau du centre de la zone de contact. Utiliser les erreurs relatives indiquées.

### Partie III

- 28 Exprimer la résistance d'un fil électrique en fonction de sa longueur.
- 31 Calculer l'angle  $(\vec{x}_3, \vec{x}_2) = (\vec{y}_3, \vec{y}_2)$  afin de faciliter le calcul.
- 41 Exprimer  $d\ell$  en fonction de  $dx$  et  $dy$  avec le théorème de Pythagore.
- 43 Intégrer deux fois l'équation en  $y''(x)$ . Ne pas oublier que  $\sinh(\operatorname{arcsinh}(x)) = x$ .
- 44 Repérer la périodicité globale du signal et dans chacune d'entre elles compter le nombre de pics.
- 46 Il y a trois critères de performance à caractériser pour un asservissement.

# MODÉLISATION DU CAPTAGE DU COURANT DANS UN TRAIN À GRANDE VITESSE

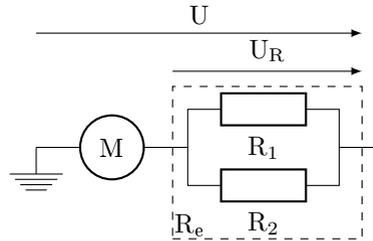
## I. ÉTUDE PRÉLIMINAIRE DE LA LIGNE D'ALIMENTATION

**1** Intervenir sur les pantographes est beaucoup plus simple et moins coûteux que d'intervenir sur le réseau de caténaire. D'abord cela peut se faire sur un train qui n'est pas en service, ce qui n'interrompt donc pas le trafic ; ensuite la quantité de carbone à prévoir est plus restreinte.

**2** Le carbone graphite est **conducteur** et **lubrifiant** (notamment en raison de son caractère friable, c'est-à-dire peu dur). Ainsi, il joue le rôle de lubrifiant conducteur au niveau des balais – collecteurs de moteurs à courant continu. On retrouve également le carbone dans les mines de « crayon de papier », qui sont en graphite.

Les propriétés du carbone graphite sont principalement dues à sa structure cristalline en « feuillets ».

**3** Les résistances  $R_1$  et  $R_2$  sont soumises à la même différence de potentiel puisque  $V_A = V_B$ . Par conséquent, on peut les considérer comme étant associées en parallèle. On en déduit le schéma ci-contre où M désigne la motrice. La résistance linéique étant donnée, on obtient les expressions de  $R_1$  et  $R_2$  :



$$R_1 = r x \quad \text{et} \quad R_2 = r (L - x)$$

On calcule

$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Finalement,

$$R_e = \frac{x(L-x)}{L} r$$

**4**  $R_e$  s'annule pour  $x = 0$  et  $x = L$  et il est positif dans cet intervalle, donc  $R_e(x)$  présente au moins un maximum dans  $[0; L]$ . Calculons

$$\frac{dR_e}{dx} = (L - 2x) \frac{r}{L}$$

On en déduit que  $R_e$  est maximale pour  $x = L/2$ .

**5** On remplace  $x$  par  $L/2$  dans l'expression donnant  $R_e$  :

$$R_e = \frac{rL}{4} = 0,05 \, \Omega$$

**6** Le courant qui traverse  $R_e$  est le même que celui qui traverse la motrice, donc

$$U_R = R_e I = 125 \, \text{V}$$

**7** La puissance dissipée par effet Joule dans la résistance  $R_e$  est donnée par

$$\mathcal{P}_J = U_R I = R_e I^2$$

tandis que la puissance fournie par les sous-stations est

$$\mathcal{P}_g = UI$$

On en déduit, par différence, la puissance absorbée par la motrice

$$\mathcal{P}_m = \mathcal{P}_g - \mathcal{P}_J$$

On peut alors définir le rendement  $\eta$  par

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_m}{\mathcal{P}_g} = 1 - \frac{U_R}{U} = 92\%$$

Au niveau d'une sous-station,  $R_e = 0$ , donc le rendement vaut **100 %**.

**8** À puissance constante, augmenter la tension revient à diminuer l'intensité du courant qui circule, donc à **réduire les pertes par effet Joule**.

On ne peut pas simplement déterminer le rendement en régime sinusoïdal forcé car on n'a pas suffisamment d'éléments pour caractériser la motrice et donc connaître le facteur de puissance.

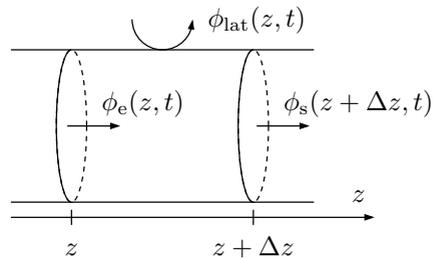
**9** La fréquence de 50 Hz est celle du **réseau électrique d'Europe continentale**. L'appareil électrique qui permet d'élever ou d'abaisser la tension sans modifier la fréquence est un **transformateur**.

Toute l'Europe continentale a un réseau électrique interconnecté et donc à la même fréquence de 50 Hz. Le Royaume-Uni a un réseau à 60 Hz. Quand le Royaume-Uni importe de l'électricité depuis le continent, c'est à travers une liaison continue.

## II. MODÉLISATION THERMIQUE DE LA CATÉNAIRE, TRAIN À L'ARRÊT

**10** Orientons les différents flux thermiques à déterminer sur un schéma. Si on note  $S = \pi R^2$  la section du système et  $j$  la valeur algébrique du vecteur densité de courant thermique, les flux entrants (en  $z$ ) et sortant (en  $z + \Delta z$ ) sont donnés par

$$\begin{cases} \phi_e(z, t) = j(z, t) S \\ \phi_s(z + \Delta z, t) = j(z + \Delta z, t) S \end{cases}$$



D'après la loi de Fourier,  $j(z, t) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}$

Ainsi,

$$\begin{cases} \phi_e(z, t) = -\lambda \pi R^2 \frac{\partial T}{\partial z}(z, t) \\ \phi_s(z + \Delta z, t) = -\lambda \pi R^2 \frac{\partial T}{\partial z}(z + \Delta z, t) \end{cases}$$

Le flux latéral est donné par la loi de Newton, appliquée pour une surface élémentaire  $S_{\text{lat}} = 2\pi R \Delta z$ , soit

$$\phi_{\text{lat}}(z, t) = 2\pi h R (T(z, t) - T_e) \Delta z$$

## Centrale Physique et Chimie 1 PSI 2018 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Stéphane Ravier (professeur en CPGE) ; il a été relu par Tom Morel (professeur en CPGE) et Cyril Ravat (professeur en CPGE).

---

Concurrent du train à grande vitesse français, un type de train à sustentation magnétique, le Transrapid, est le thème de cette épreuve. Un tel train utilise les forces magnétiques pour léviter au-dessus de la voie, ce qui élimine tout contact solide, réduisant l'usure et la consommation d'énergie. Le Transrapid, dont les principes théoriques ont été établis dès 1914, n'a pour l'instant qu'une seule réalisation commerciale, sur une ligne de 30 km en Chine. Le sujet est partagé en quatre parties de longueurs très inégales.

- La première partie, qui ne comporte que cinq questions, est centrée sur des problèmes de dimensionnement d'un dispositif. Le but est de montrer qu'une simple bobine, sans matériau ferromagnétique, ne permet pas d'atteindre l'objectif fixé, à savoir permettre la lévitation d'une rame de train. Orientée dans l'esprit « résolution de problème », il ne faut pas hésiter à formuler des hypothèses afin de parvenir à un résultat pertinent. Sur le fond, il s'agit simplement du champ magnétique créé par un solénoïde et de la puissance Joule qu'un conducteur filiforme dégage lors du passage d'un courant électrique.
- La deuxième partie permet d'établir l'expression de la force électromagnétique qui assure la sustentation de la rame, lorsque l'on considère un dispositif où les matériaux ferromagnétiques sont présents. Bien que l'approche suivie soit très classique, l'énoncé est extrêmement détaillé, ce qui le rend parfois laborieux. Toute la modélisation étant donnée, cette partie ne présente pas de difficulté. Elle se termine par la démonstration de l'instabilité du dispositif.
- Pour corriger le problème d'instabilité, il convient d'envisager un asservissement en position de la rame. Un exemple de capteur de position, qui met également en œuvre un circuit magnétique, est étudié, ainsi que son électronique de conditionnement. On rencontre à cette occasion un circuit à ALI et un multiplicateur, deux composants étudiés dans le cours.
- Ce sujet se termine par une courte partie dédiée à la consommation énergétique du Transrapid. À partir des données fournies, il convient de proposer une modélisation permettant d'estimer la puissance nécessaire pour faire rouler un Transrapid ou un TGV à  $300 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ . Regrettons que les valeurs numériques proposées conduisent à une interprétation largement exagérée de la différence de puissance requise par ces deux dispositifs ferroviaires à grande vitesse.

Les questions sont très classiques et très proches du cours, hormis quelques questions plus ouvertes ou qui reposent sur l'étude des annexes. Contrairement aux années précédentes, de nombreuses questions intermédiaires sont proposées, ce qui n'est pas habituel pour un concours de ce niveau. Cela en fait cependant un sujet de révision intéressant, appuyé sur un système réel.

## INDICATIONS

### Partie I

- 1 Modéliser le solénoïde par un solénoïde infini et calculer le courant requis pour atteindre 4 T à l'intérieur. Calculer ensuite la puissance Joule dissipée par le fil résistif que l'on peut modéliser par un conducteur filiforme. Conclure en déterminant le temps requis, dans l'hypothèse où le solénoïde serait isolé thermiquement, pour atteindre la température de fusion du cuivre.
- 2 L'eau doit rester liquide durant tout le processus. On en déduit une valeur maximale de différence de température. Appliquer la loi de Newton rappelée dans le formulaire pour en déduire la surface de contact.
- 3 Lors du contact avec le solénoïde, l'eau subit une variation de température égale à celle calculée précédemment. Appliquer le premier principe de la thermodynamique en écoulement permanent pour déterminer le débit massique d'eau requis.

### Partie II

- 9 La relation à obtenir relie les normes des champs magnétiques, pas les vecteurs.
- 14 Les deux matériaux ferromagnétiques étant identiques, on peut noter  $H_f$  leur excitation magnétique commune (et non  $H_1, H_2$ ). Attention, l'entrefer est double.
- 15 Utiliser la conservation du flux et le caractère linéaire des matériaux (ferromagnétique et air) pour exprimer les excitations magnétiques en fonction de  $B_2$ .
- 16 Ce n'est pas la question 12 qu'il faut utiliser, mais la 13 (ordre de grandeur de la perméabilité relative) pour simplifier l'expression.
- 20 Utiliser également les données numériques de la question suivante pour pouvoir faire l'application numérique pour  $m$ .
- 22 Analyser l'évolution du système si, par le jeu des fluctuations, la distance entre le rail et la rame venait à varier à partir de la position à l'équilibre.

### Partie III

- 23 Vérifier que la situation, pour chaque bobine, est identique à celle étudiée dans la partie II.
- 32 Vérifier que les données numériques placent l'étude dans le domaine déterminé à la question précédente.
- 34 La sortie du multiplieur est  $s_m(t) = K_m e(t) u_s(t)$ . Tous les termes de la décomposition spectrale sont proportionnels à  $\Delta z$  mais on cherche un terme continu.
- 35 Choisir un filtre simple, par exemple avec une résistance et un condensateur.
- 36 La sensibilité d'un capteur est le coefficient de proportionnalité entre la réponse de ce dernier et la grandeur mesurée, ici  $S_m/\Delta z$ .

### Partie IV

- 38 Le TGV est en contact avec les rails, contrairement au Transrapid.
- 39 Appliquer le théorème de la puissance cinétique et transformer la dérivée temporelle en dérivée spatiale.
- 40 Calculer la moyenne de  $v^3$  à l'aide des résultats de la question précédente.

# TRAINS À SUSTENTATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

## I. RÉALISATION D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE INTENSE

**1** On se place dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires magnétique, ce qui fait que l'on peut négliger le courant de déplacement dans l'équation de Maxwell-Ampère. Cela implique que les équations qui régissent le champ magnétique sont les mêmes qu'en magnétostatique.

La fréquence est celle du réseau électrique, soit 50 Hz, ce qui fait que l'ARQS est très bien vérifiée puisqu'il suffit que la longueur des circuits en jeu soit faible devant la distance caractéristique de propagation  $c/f \simeq 6\,000$  km.

Supposons que le solénoïde puisse être assimilé à un solénoïde infiniment long, c'est-à-dire que l'on puisse négliger tout effet de bord. Le champ magnétique est uniforme à l'intérieur de ce solénoïde et vaut, en reprenant les données de l'annexe 1,

$$B(t) = \mu_0 \frac{N}{L} I(t)$$

Si ce résultat doit être connu, il peut aussi être démontré, à l'aide du théorème d'Ampère, en admettant que le champ magnétique à l'extérieur est nul.

On en déduit l'intensité nécessaire pour obtenir  $B = 4$  T :

$$I = \frac{L B}{\mu_0 N} = 1,6 \cdot 10^2 \text{ A}$$

Le conducteur qui compose cette bobine peut être modélisé par un conducteur filiforme de section  $s = \pi d^2/4$  et de longueur  $\ell = N \pi D$ . Sa résistance est donnée par

$$R = \rho \frac{\ell}{s} = \rho \frac{4 N D}{d^2}$$

On en déduit la puissance dissipée par effet Joule dans ce conducteur

$$\mathcal{P}_j = R I^2 = \rho \frac{4 N D}{d^2} I^2 = 8,5 \cdot 10^2 \text{ kW}$$

Imaginons que le solénoïde, de masse  $m = \mu s \ell$ , soit isolé thermiquement. Le premier principe de la thermodynamique pendant la durée  $dt$  s'écrit alors

$$m c dT = \mathcal{P}_j dt$$

Déterminons la durée  $\tau$  nécessaire pour élever la température de  $\Delta T = 1\,058$  K (différence entre la température de fusion du cuivre et la température ambiante de 298 K) :

$$\tau = \mu \frac{N \pi^2 d^2 D}{4 \mathcal{P}_j} c \Delta T = 85 \text{ s}$$

Cela signifie que le cuivre atteint sa température de fusion en moins d'une minute trente! **Ce dispositif n'est donc pas viable en l'état.** Il faut a minima prévoir un dispositif efficace de refroidissement.

L'hypothèse d'adiabaticité est forte et on pourrait proposer un modèle plus complet en prenant en compte les pertes par convection par exemple (en assurant une bonne ventilation). Le modèle serait certes un peu plus réaliste, mais il serait aussi plus délicat à manier. En outre, il faudrait proposer une valeur pour le coefficient conducto-convectif avec l'air. Les ordres de grandeur en jeu ici font que cette correction au modèle initial est bien insuffisante pour permettre d'envisager un fonctionnement permanent du solénoïde.

**2** L'eau du dispositif ne doit pas se vaporiser : la température maximale de la bobine doit donc rester inférieure à  $100^\circ\text{C}$ . Choisissons  $80^\circ\text{C}$ . Par ailleurs, l'eau peut être choisie relativement froide au départ ( $10^\circ\text{C}$ ), ce qui donne une différence de température acceptable entre la bobine et l'eau de  $70^\circ\text{C}$  au maximum.

La loi de Newton pour le transfert conducto-convectif en régime permanent permet d'évacuer la puissance produite par effet Joule selon

$$\mathcal{P}_j = h S \Delta T$$

donc

$$S = \frac{\mathcal{P}_j}{h \Delta T} = 1,2 \cdot 10^2 \text{ m}^2$$

Cette surface, rapportée aux dimensions de la bobine, est extrêmement importante.

**3** Pendant son contact avec le solénoïde, l'eau passe progressivement de sa température d'entrée ( $10^\circ\text{C}$ ) à sa température maximale acceptable ( $80^\circ\text{C}$ ), c'est-à-dire qu'elle subit une variation de température de  $\Delta T$ . Le premier principe de la thermodynamique en écoulement permanent s'écrit, en notant  $D_m$  le débit massique d'eau et  $\Delta h$  la variation d'enthalpie massique de l'eau,

$$D_m \Delta h = \mathcal{P}_j$$

Puisque l'eau est une phase condensée,  $\Delta h = c_e \Delta T$ . Par conséquent,

$$D_m = \frac{\mathcal{P}_j}{c_e \Delta T} = 2,9 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

**4** Si le débit trouvé est réalisable, ce ne serait pas simple à mettre en pratique dans un dispositif mobile. Il faut en effet prévoir une pompe et une grande quantité d'eau. En outre, cette eau doit soit être renouvelée en permanence (ce qui impliquerait de ne construire les lignes de transport que le long de fleuve), soit il faut également la refroidir pour permettre un fonctionnement en circuit fermé. **Un tel système de refroidissement semble peu réaliste.**

**5** Les supraconducteurs ne présentent aucune résistance électrique, donc aucun effet Joule. Par conséquent, le principal obstacle relevé dans les questions précédentes, à savoir l'évacuation de la puissance dissipée par effet Joule, disparaît.

## II. LA SUSTENTATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE DU TRANSRAPID

**6** En présence d'une aimantation  $\vec{M}$  non nulle, l'équation de Maxwell-Ampère doit être modifiée car on constate que le champ magnétique est lié non seulement au courant de conduction  $\vec{j}$  mais également à un terme dû à l'aimantation. Dans ce cas, on introduit l'excitation magnétique  $\vec{H}$  définie par

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$$

L'énoncé n'est pas forcément très clair, car il semble attendre deux réponses distinctes entre la définition de l'excitation magnétique et son expression en fonction du champ magnétique.

## Centrale Physique et Chimie 2 PSI 2018 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Fabrice Maquère (professeur agrégé) et Olivier Frantz (professeur agrégé en école d'ingénieurs); il a été relu par Vincent Wieczny (ENS Lyon), Alexandre Herault (professeur en CPGE), Stéphane Ravier (professeur en CPGE) et Tom Morel (professeur en CPGE).

---

Ce sujet porte sur l'oxygène, à travers trois parties indépendantes dans lesquelles se mêlent physique et chimie.

- La première partie, de chimie, porte sur l'étude de la ressource naturelle (pourcentages massiques, formulations chimiques, modèle isotherme de l'atmosphère) puis étudie la thermodynamique de la production en cas de manque de dioxygène dans les avions.
- Dans la deuxième partie, on s'intéresse au système de climatisation des avions. Après quelques calculs de pression en altitude, on étudie un système thermodynamique dit de Brayton inverse, qui permet d'amener l'air à une température et une pression voulues.
- La troisième partie présente le fonctionnement d'un capteur de dioxygène. Le principe de ce capteur repose sur le paramagnétisme de cette molécule, qui est ainsi attirée vers les zones de champ magnétique intense et déplace une balance de torsion. D'une question à l'autre, on passe de l'électromagnétisme à la mécanique des fluides. À la fin de la partie, on aborde le traitement électronique du signal mesuré et sa réinjection dans une boucle de rétroaction.

Cette composition aborde de manière élégante différents aspects du programme de physique et de chimie, aussi bien de première que de seconde année. Ce qui fait de cette épreuve un bon entraînement pour les sessions futures.

## INDICATIONS

### Partie I

- 2 Exprimer la concentration massique des éléments chimiques autres que l'oxygène à l'aide de la masse totale de l'eau de mer et de la masse de l'élément oxygène dans un volume  $V$ .
- 3 Il faut considérer les oxydes du silicium et de l'aluminium.
- 4 Utiliser la relation de mécanique des fluides décrivant un fluide en équilibre mécanique et thermodynamique dans le champ de pesanteur.
- 5 Discuter de la validité du modèle considérant la composition de l'atmosphère, la température et l'intensité du champ de pesanteur constantes avec l'altitude.
- 10 Calculer les constantes d'équilibre et les quotients de réaction puis discuter de leurs valeurs.

### Partie II

- 13 Intégrer l'équation de la statique des fluides. Attention, la masse volumique d'un gaz dépend de la pression. Utiliser la loi des gaz parfaits.
- 16 La pression est inchangée lors du passage dans les échangeurs thermiques. La loi de Laplace permet de trouver les pressions demandées.
- 18 Comparer les variations d'enthalpie dans le compresseur et dans la turbine.

### Partie III

- 22 Exprimer la relation de Nernst en fonction de la pression partielle en  $O_2$ , différente dans chaque compartiment.
- 24 Exprimer la relation de la tension en fonction des fractions molaires en dioxygène.
- 27 Partir de l'expression de la force volumique donnée dans le document 1 et l'identifier avec celle donnée dans le corps de la question.
- 28 Comment est orienté un gradient ?
- 29 Le diazote est diamagnétique ( $\chi < 0$ ).
- 30 Faire un bilan des forces que subit une particule de fluide paramagnétique.
- 32 Comparer les forces de pression réparties sur une sphère.
- 34 Le courant qui circule dans chaque portion de spire crée une force de Laplace.
- 35 Montrer que les moments résultants des forces élémentaires de pression et de Laplace sont proportionnels à l'intensité électrique pour l'une et à la susceptibilité magnétique pour l'autre.
- 38 Un ALI en fonctionnement linéaire ne présente pas de différence de potentiel entre ses bornes  $+$  et  $-$ .
- 40 Écrire la relation entre l'intensité et la tension aux bornes du condensateur.
- 42 Utiliser la relation différentielle liant  $u_1$  et  $u_2$  (question 40) mais pas la loi  $u_2(t)$  obtenue à partir d'hypothèses supplémentaires.
- 44 Exprimer  $u_1$  en fonction de la tension aux bornes des deux diodes et du courant.

## I. L'OXYGÈNE : RESSOURCES, PRODUCTION

1 Le pourcentage massique en élément oxygène dans l'eau,  $p_{\text{O,eau}}$ , est le rapport

$$p_{\text{O,eau}} = \frac{m_{\text{O,eau}}}{m_{\text{eau}}} = \frac{M_{\text{O}}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} = 88,8 \%$$

2 Soient  $p_{\text{O,mer}} = 0,86$  le pourcentage massique en élément oxygène dans l'eau de mer et  $m_{\text{mer}}$  la masse d'un volume  $V$  d'eau de mer. La concentration massique  $t$  des éléments chimiques autres que l'oxygène dans l'eau de mer s'exprime par

$$t = \frac{m_{\text{mer}} - m_{\text{O,mer}}}{V}$$

Or, 
$$p_{\text{O,mer}} = \frac{m_{\text{O,mer}}}{m_{\text{mer}}} \quad \text{et} \quad m_{\text{mer}} = d_{\text{mer}} \rho_{\text{eau}} V$$

soit 
$$t = \frac{m_{\text{mer}}(1 - p_{\text{O,mer}})}{V} = d_{\text{mer}} \rho_{\text{eau}} (1 - p_{\text{O,mer}}) = 144 \text{ g.L}^{-1}$$

3 Les principaux oxydes présents dans la croûte terrestre mettent en jeu les principaux éléments chimiques qui la constitue, soit **SiO<sub>2</sub>** (la silice) et **Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>** (l'alumine).

Pour cette question, il faut faire attention à l'électronéutralité des solides et se souvenir des ions usuels des éléments chimiques à l'aide de leur numéro atomique ou de leur place dans la classification périodique. De plus, si par curiosité on s'intéresse au fer, il est présent dans la croûte sous la forme de deux oxydes majoritaires, FeO et Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

4 Considérons une tranche d'atmosphère supposée en équilibre thermodynamique et mécanique dans le champ de pesanteur terrestre  $\vec{g}$ . D'après l'équation fondamentale de l'hydrostatique,

$$\text{grad } P = \rho \vec{g}$$

où  $P$  désigne la pression,  $\rho$  la masse volumique de l'atmosphère et  $\vec{g}$  l'accélération de pesanteur terrestre. Par projection sur un axe ascendant vertical, la relation devient

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

L'air est considéré comme un gaz parfait. Sa masse volumique  $\rho$  s'exprime en fonction de sa masse molaire  $M_a$ , de la température  $T$  et de la pression  $P$  par la relation

$$\rho = \frac{M_a P}{RT}$$

Il vient ainsi

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{M_a g}{RT} P$$

où  $T$  est supposée constante (modèle de l'atmosphère isotherme). Par intégration entre le sol ( $z = 0$ ) et un point d'altitude  $z$ , on obtient

$$\int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = -\frac{M_a g}{RT} \int_0^z dz$$

soit

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\frac{M_a g}{RT} z$$

d'où

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{M_a g}{RT} z\right)$$

**5** La pression en dioxygène  $P_{O_2}(z)$  se calcule à partir de la pression totale  $P(z)$  (expression donnée à la question précédente) et de la fraction molaire  $x_{O_2}$  :

$$P_{O_2} = x_{O_2} P_0 \exp\left(-\frac{M_a g}{RT} z\right)$$

Dans l'expression de  $P$  de la question précédente, trois grandeurs sont considérées comme constantes alors qu'elles varient avec l'altitude : la fraction molaire en dioxygène  $x_{O_2}$ , l'accélération de pesanteur  $g$  et la température  $T$ .

- D'après l'énoncé, la composition de l'atmosphère ne varie pas avec l'altitude :

$$x_{O_2}(z) = x_{O_2}(\text{surface}) = 0,21$$

- L'accélération de pesanteur varie avec l'inverse du carré de la distance  $r$  au centre de la Terre, soit

$$g = \frac{k}{r^2} \quad \text{avec} \quad k = \mathcal{G}M_T$$

Une variation de la distance  $\Delta r = 11$  km correspond à une variation relative de 0,17 % par rapport au rayon de la Terre (6 400 km). On peut en déduire que

$$g(11 \text{ km}) \approx g(\text{surface})$$

Si l'on souhaite plus de précision, on peut calculer la variation relative  $\Delta g$  sur la valeur de  $g$  à partir de celle sur  $\Delta r$  :

$$\frac{\Delta g}{g} = 2 \frac{\Delta r}{r} = 0,34 \%$$

Nous négligerons cette variation mais retiendrons, dans le calcul de la pression partielle  $P_{O_2}$ , la valeur de  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$  avec deux chiffres significatifs, le troisième variant de plus d'une unité puisque  $\Delta g = 9,81 \times 0,0034 = 0,03 \text{ m.s}^{-2}$ .

- La température varie d'environ  $20^\circ\text{C}$  à la surface à  $-50^\circ\text{C}$  à 11 km, d'après l'énoncé de la partie II.A (perte de  $6,5^\circ\text{C}$  par kilomètre). Cela donne une variation relative non négligeable de 26 % (en kelvins). Nous prenons donc dans le calcul suivant une valeur moyenne  $T = 258 \text{ K}$ .

À 11 km d'altitude, la pression partielle en dioxygène vaut donc

$$P_{O_2} = 0,21 \times 1 \times \exp\left(\frac{-29,0 \cdot 10^{-3} \times 9,8 \times 11 \cdot 10^3}{8,31 \times 258}\right) = 4,9 \cdot 10^{-2} \text{ bar}$$

En réalité, à 11 km d'altitude, la pression totale est d'environ  $2 \cdot 10^{-1}$  bar. Le calcul de la pression totale à cette altitude (formule de la question 4) donne  $P = 2,2 \cdot 10^{-1}$  bar. Prendre une valeur moyenne pour la température (dont la variation est considérée comme linéaire dans la troposphère) est une bonne approximation.

## Mines Physique 1 PSI 2018 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Raphaël Galicher (enseignant-chercheur à l'université) ; il a été relu par Stéphane Ravier (professeur en CPGE) et Tom Morel (professeur en CPGE).

---

Le sujet s'appuie sur quatre documents fournis en annexe. Il s'intéresse à l'interaction entre un faisceau laser de forte puissance et la matière, un gaz dans les deux premières parties, un solide dans la troisième, conduisant à la formation d'un plasma.

- Au début de la première partie, une description semi-classique de l'atome est utilisée pour estimer l'amplitude du champ électrique laser nécessaire pour ioniser un gaz d'hydrogène. Puis une étude indépendante de cette ionisation est faite en considérant l'énergie potentielle d'un électron d'un atome d'hydrogène plongé dans un champ laser. Ensuite, le mouvement de l'électron après ionisation est décrit par la mécanique classique. Enfin, un modèle est proposé pour expliquer l'émission d'impulsions brèves par l'électron ainsi que les composantes du spectre émis.
- La deuxième partie du sujet commence par le calcul classique de la pulsation propre d'un plasma. Puis on établit la relation de dispersion pour une onde électromagnétique plane se propageant dans le plasma en faisant apparaître une fréquence de coupure. Les conditions de continuité du champ électrique à l'interface entre deux milieux permettent alors d'expliquer la réflexion sur le « miroir plasma ». La fin de cette partie étudie l'émission cohérente de sillage.
- Au début de la troisième partie, on montre que le plasma peut être considéré comme un gaz parfait sous certaines conditions. La conservation du nombre de particules dans le plasma permet d'estimer la pulsation plasma maximale. Deux modèles sont alors proposés pour expliquer les mesures expérimentales et l'énoncé demande de conclure quant à leur validité.

Le sujet est de difficulté hétérogène. Certaines questions sont proches du cours, d'autres sont compliquées. Dans certaines questions, la complexité vient d'un manque de clarté de l'énoncé. Ce sujet est un bon entraînement pour se rappeler le modèle semi-classique de l'atome d'hydrogène et la propagation d'onde dans un plasma.

L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique était interdit pendant l'épreuve. Il fallait donc faire les applications numériques à la main. Dans ce corrigé, on détaille les applications numériques en suivant toujours la même méthode. Dans un premier temps, on simplifie autant que possible sans approximation (le signe = est conservé). Dans un deuxième temps, on utilise des approximations pour finaliser le calcul (et on utilise le signe  $\simeq$ ).

## INDICATIONS

### Partie I

- 2 L'expression de  $v$  peut s'obtenir à partir du principe fondamental de la dynamique. Pour montrer que  $r = a_0 n^2$ , utiliser la quantification du moment cinétique.
- 3 La question peut prêter à confusion : les calculs de  $E_C$  et de  $P$  sont indépendants.
- 6 Une force est conservative si elle ne dépend pas de la vitesse de déplacement.
- 7 Les deux instants privilégiés sont ceux pour lesquels la barrière de potentiel est au plus bas. Pour le calcul de  $E_{f,i}$ , remarquer qu'aux instants privilégiés,  $W_p$  et  $W_{p,las}$  sont égaux. Utiliser l'expression de  $W_0$  obtenue à la question 2.
- 8 Pour trouver la condition a posteriori, chercher la condition pour que l'amplitude du mouvement soit grande devant  $x_0$ .
- 9 Remplacer  $\omega_0 t_i$  par les valeurs trouvées à la question 7.
- 10 Penser à la décomposition en série de Fourier.

### Partie II

- 11 Modéliser le problème par un condensateur ou supposer que  $|X| \ll L$  et que les charges créent une densité surfacique de charges.
- 13 Utiliser le profil de densité du document III.
- 14 À l'interface entre deux milieux, il y a continuité de la composante du champ électrique parallèle à la surface.
- 15 Remplacer la pulsation plasma par l'expression donnée au II.A.
- 16 Comparer l'instant auquel l'émission a lieu en un point  $x$  et l'instant auquel le paquet d'onde arrive au même point.
- 17 Utiliser la définition d'une surface d'onde (appelée front d'onde dans l'énoncé).

### Partie III

- 18 Dans un gaz parfait, l'énergie potentielle d'interaction entre particules est nulle. La variation d'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de sa température.
- 19 Utiliser la conservation du nombre de particules.
- 20 Remplacer  $L$  par son expression en fonction de  $\theta_e$  dans le résultat de la question 19.
- 21 Montrer que  $L^2 \delta = L_0^2 \delta_0$ . Utiliser le résultat de la question 19. Chercher les domaines de validité des deux modèles.

# INTERACTION LASER PLASMA À HAUT ÉCLAIREMENT

## I. GÉNÉRATION D'HARMONIQUES DANS LES GAZ

**1** La force électrique coulombienne  $\vec{f}$  subie par l'électron, due au proton, s'écrit

$$\vec{f} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{u}_r$$

avec  $\hat{u}_r = \vec{r}/r$  le vecteur unitaire radial.

Cette force est à tout instant dirigée selon  $\hat{u}_r$ , donc vers le proton qui est le centre de force. De plus, elle ne dépend que de la variable  $r$  ce qui permet de l'écrire comme la dérivée d'une énergie potentielle  $W_p$  :

$$\vec{f} = -\vec{\text{grad}} W_p \quad \text{avec} \quad W_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

La constante d'intégration a été choisie nulle.

**2** L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle

$$W_m = \frac{1}{2} m v^2 + W_p$$

Comme la force est centrale et que l'électron est animé d'un mouvement circulaire de vitesse  $v$  et de rayon  $r$ , le principe fondamental de la dynamique projeté sur l'axe radial s'écrit

$$-\frac{m v^2}{r} = \vec{f} \cdot \hat{u}_r$$

d'où

$$-\frac{1}{2} m v^2 = \frac{r}{2} \vec{f} \cdot \hat{u}_r$$

et

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

Ainsi, l'énergie cinétique est égale à la moitié de l'énergie potentielle en norme et elle est de signe opposé. On en déduit l'expression de l'énergie mécanique.

$$W_m = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

Pour obtenir l'expression du rayon  $r$ , on élève au carré la quantification du moment cinétique donnée par l'énoncé

$$m^2 r^2 v^2 = n^2 \hbar^2$$

D'après l'expression de l'énergie cinétique obtenue précédemment

$$m r^2 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = n^2 \hbar^2$$

Avec  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ,

$$r = n^2 a_0 \quad \text{avec} \quad a_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$$

Lorsque l'électron est dans son état fondamental, on a  $n = 1$  et l'énergie mécanique  $W_m$  est obtenue en remplaçant  $r$  par  $a_0$ . Dans l'application numérique, on divise par  $e$ , ce qui permet de convertir les joules en électrons-volts.

$$W_m = -W_0 = -\frac{m e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2} = \frac{9 \times 1,6^3}{8 \times 9^2 \times 4 \pi^2} \times 10^{-31-19 \times 3+12 \times 2+34 \times 2} \text{ V}$$

On simplifie autant que possible en remplaçant 1,6 par  $16 \cdot 10^{-1}$

$$W_0 = 16 \times \frac{8}{9} \times \frac{10}{\pi^2}$$

Avec  $\pi^2 \simeq 10$

$$W_0 \simeq 16 \times 0,89 \simeq 14 \text{ eV}$$

Finalement

$$W_m = -W_0 = -\frac{m e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2} \simeq -14 \text{ eV}$$

L'énoncé demande de ne donner que deux chiffres significatifs car il fournit des valeurs approchées de  $e$ ,  $m$ ,  $\varepsilon_0$  et  $h$  pour simplifier les calculs sans calculatrice. En utilisant des valeurs plus précises, on trouverait  $W_0 = 13,6 \text{ eV}$ .

**3** La norme du champ électrique coulombien  $E_C$  ressenti par l'électron dans son état fondamental est

$$E_C = \frac{e}{4 \pi \varepsilon_0 a_0^2} = \frac{16}{9 \pi} 10^{12} \simeq 5,7 \cdot 10^{11} \text{ V.m}^{-1}$$

La puissance  $P$  de l'impulsion laser dans le gaz est le rapport entre son énergie et sa durée. En utilisant les données du document I, on trouve

$$P = \frac{W_T}{T} = 20 \text{ GW}$$

De plus, la puissance est égale au produit de l'éclairement et de la surface  $S$  du faisceau. D'après l'expression de l'éclairement fournie par le document I,

$$P = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E^2 S$$

avec  $E$  l'amplitude du champ électrique. On en déduit :

$$E = \sqrt{\frac{2P}{\varepsilon_0 c S}} \quad (*)$$

La puissance est conservée au cours de la propagation. Sa valeur est donc fixe. Avant le passage à travers la lentille, le diamètre du faisceau est  $D$  et l'amplitude du champ est  $E_\ell$

$$E_\ell = \sqrt{\frac{8P}{\varepsilon_0 c \pi D^2}} = \sqrt{\frac{8 \times 20}{9 \times 3 \times \pi} \times 10^{9+12-8+4}}$$

On simplifie pour arriver à

$$E_\ell = \frac{4}{3} \times \sqrt{\frac{10}{3\pi}} \times \sqrt{10} \times 10^8$$

On utilise  $3\pi \simeq 10$  et  $\sqrt{10} \simeq 3,2$

$$E_\ell \simeq \frac{4}{3} \times \sqrt{10} \times 10^8 \simeq 4,3 \cdot 10^8 \text{ V.m}^{-1}$$

Finalement

$$E_\ell = \sqrt{\frac{8P}{\varepsilon_0 c \pi D^2}} \simeq 4,3 \cdot 10^8 \text{ V.m}^{-1}$$

## Mines Physique 2 PSI 2018 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Cyril Ravat (professeur en CPGE) ; il a été relu par Émilie Frémont (professeur en CPGE) et Tom Morel (professeur en CPGE).

---

Ce sujet étudie en détail le fonctionnement d'un haut-parleur, objet du quotidien que l'on peut croire simple. Il s'attarde au contraire à montrer que cet appareil est le siège d'un grand nombre de phénomènes physiques. Le modèle de haut-parleur proposé par l'énoncé va devenir de plus en plus complet à mesure de la prise en compte de ces phénomènes.

- Dans un premier temps, l'étude porte sur la partie magnétique du haut-parleur, constituée de deux aimants et d'un circuit magnétique. Outre le calcul du champ magnétique dans ce circuit, le comportement magnétique du matériau est au centre de cette partie, à travers notamment l'utilisation du cycle d'hystérésis. Les questions sont d'un niveau accessible.
- La deuxième partie, assez classique, cherche à établir les relations électriques et mécaniques régissant les évolutions du système. Elle fait appel à des notions d'induction et d'électrocinétique enseignées en première année.
- La troisième partie aborde les phénomènes ondulatoires et les perturbations qu'ils entraînent dans le fonctionnement classique du haut-parleur étudié. Il est notamment question de faire évoluer les modèles électrique et mécanique vus précédemment afin de prendre en compte l'influence des vibrations sonores, à la fois celles communiquées à l'air et celles qui se propagent dans le caisson contenant le haut-parleur. Cette dernière partie est la plus difficile du sujet, même si certaines questions font appel à des démonstrations du cours.

Comme pour toutes les épreuves du concours Mines-Ponts, la calculatrice était interdite le jour de l'épreuve. Les applications numériques sont pourtant nombreuses et d'une grande importance tant par le nombre de questions concernées (10 sur 32) que pour leur utilité pour appréhender le problème. Le sujet est en effet très difficile à traiter de façon convenable sans application numérique correcte car il est très souvent demandé de s'appuyer sur les valeurs trouvées, par exemple pour prendre des initiatives de simplification. Ces applications numériques demandent un certain entraînement qu'il convient d'effectuer avec assiduité et volonté.

Ce sujet, centré sur un dispositif technologique très présent dans le quotidien, permet de comprendre toute la technicité des appareils modernes. Il montre l'utilité d'une approche utilisant simultanément plusieurs thèmes du programme pour décrire un système physique dans sa complexité. Les deux premières parties permettent de réviser efficacement la notion de circuit magnétique et le phénomène d'induction.

## INDICATIONS

### Partie I

4 Les relations de passage du champ et de l'excitation magnétiques à travers une interface s'écrivent

$$\hat{n} \cdot (\vec{B}_{\text{air}} - \vec{B}_{\text{fer}}) = 0 \quad \text{et} \quad \hat{n} \wedge (\vec{H}_{\text{air}} - \vec{H}_{\text{fer}}) = \vec{j}_{s,\text{libre}}$$

6 Ne pas oublier que la perméabilité du noyau magnétique est très élevée.

8 Cette application numérique est importante dans la fin du sujet. Il est donc essentiel de passer du temps à la chercher et de la vérifier avant de continuer.

10 La réponse peut être quantitative. La pente sur le cycle magnétique de l'aimant est connue.

### Partie II

11 Attention au signe, à vérifier sur le schéma de l'énoncé.

14 L'énergie de la force électromotrice induite est celle qui permet la conversion. Il faut de plus écrire un bilan d'énergie sur chaque aspect, électrique, mécanique et thermodynamique.

16 Si on arrive à négliger l'inductance de la bobine, il n'y a plus de calcul à faire.

### Partie III

17 Utiliser l'expression donnée en fin d'énoncé pour calculer le laplacien de l'onde de pression en notation complexe.

21 Utiliser l'expression du débit volumique en  $r = R_0$  en fonction de la vitesse.

18 L'expression de  $c$  contient  $\chi_S$ , qu'il faut donc exprimer en fonction des grandeurs connues du gaz (masse molaire, température).

24 Regarder à quel angle correspond la première annulation de  $D(\theta)$ .

25 Ne pas oublier que les  $\omega$  sans  $j$  sont de simples constantes. Dans l'équation différentielle classique, la masse est le coefficient devant la dérivée seconde ; la constante de frottements fluides  $h$  est devant la dérivée simple.

26 Il faut un développement limité avant de passer à l'expression de la force.

28 La ressemblance avec le graphe de la figure 9 est très approximative.

29 Une grandeur est négligeable devant une autre à laquelle elle s'ajoute si elle en représente moins de 10 %.

32 Grâce aux logarithmes, les diagrammes de Bode en gain s'ajoutent pour les fonctions qui se multiplient.

# ÉTUDE D'UN TRANSDUCTEUR ÉLECTRODYNAMIQUE

## I. CALCUL DU CHAMP MAGNÉTIQUE DANS L'ENTREFER

**1** La relation reliant l'excitation magnétique  $\vec{H}$ , le champ magnétique  $\vec{B}$  et l'aimantation  $\vec{M}$  dans un milieu quelconque est

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

L'aimantation est la densité volumique de moment magnétique. Pour un circuit électrique, le moment magnétique est égal au produit de l'intensité du courant par la surface du circuit. **L'aimantation et l'excitation magnétique s'expriment donc en  $A \cdot m^{-1}$ . Le champ magnétique est en T.**

**2** Un milieu magnétique linéaire est un milieu où les grandeurs  $\vec{H}$  et  $\vec{B}$  sont, hors saturation du matériau, proportionnelles. Le coefficient de proportionnalité est la perméabilité magnétique  $\mu = \mu_r \mu_0$  du matériau :

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \quad \text{avec } \mu_r \text{ sans unité}$$

Si la perméabilité relative  $\mu_r$  est supposée infinie, alors l'excitation magnétique  $\vec{H}$  peut être supposée nulle.

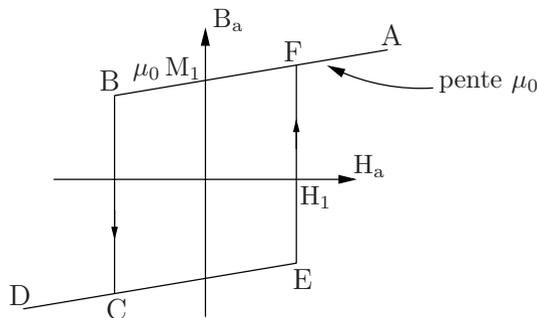
**3** La grandeur  $\vec{H}_1$  est l'excitation coercitive de l'aimant, valeur de l'excitation qui permet d'annuler l'aimantation. Pour un aimant, cette valeur est suffisamment importante pour que l'on ne puisse pas en pratique supprimer l'aimantation du milieu.

La grandeur  $\vec{M}_1$  est l'aimantation à saturation de l'aimant, densité volumique maximale de moment magnétique. Il s'agit de la propriété caractéristique principale d'un aimant. Cette valeur de l'aimantation peut être théoriquement atteinte dès la première aimantation.

D'après la relation donnée à la question 1,

$$\vec{B}_a = \mu_0 (\vec{H}_a + \vec{M}_a)$$

On obtient ainsi le graphe suivant



Si  $H_a = 0$ , le champ magnétique vaut

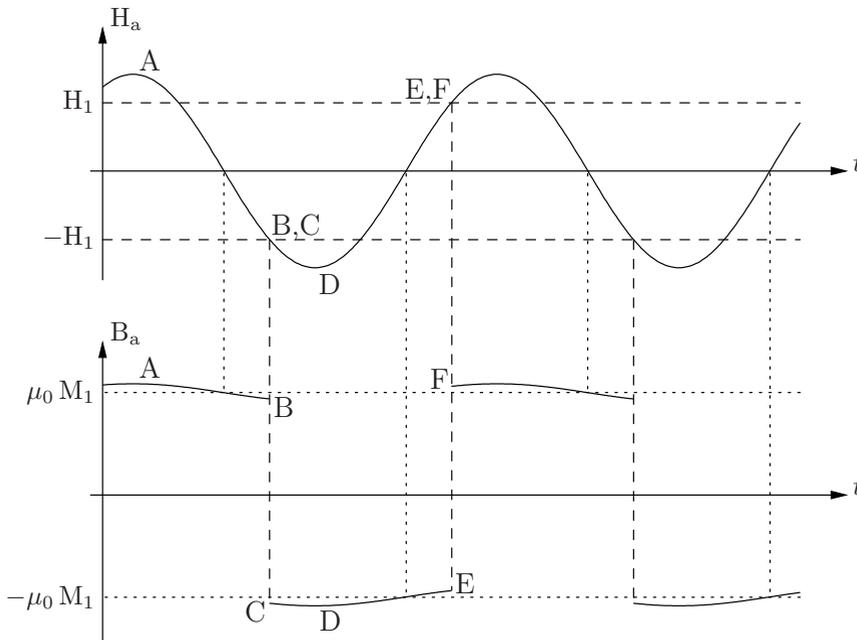
$$B_a = \pm \mu_0 M_1$$

Ces deux valeurs sont appelées **champ rémanent**, valeurs de champ magnétique pouvant être produit « naturellement » par l'aimant, sans excitation extérieure. Le choix entre l'une ou l'autre de ces deux valeurs se fait par les conditions expérimentales précédant l'annulation de l'excitation.

La description du cycle d'hystérésis se déroule selon le sens indiqué sur le graphe ci-dessus. Détaillons-en les étapes :

- Lorsque l'excitation  $H_a$  est très importante, le matériau est saturé à l'aimantation  $M_1$  et le champ magnétique est élevé, supérieur à  $\mu_0 M_1$ . On se trouve au point A du cycle d'hystérésis.
- Si  $H_a$  diminue, l'aimantation reste à la valeur  $M_1$  et le champ magnétique varie selon la droite supérieure du graphe, jusqu'à ce que l'excitation devienne égale à  $-H_1$ , au point B.
- Alors l'aimantation devient soudainement égale à  $-M_1$  et le point de fonctionnement se trouve sur la droite inférieure, en C.
- Il y reste si  $H_a$  diminue encore (point D), ou remonte jusqu'à  $H_1$  (point E).
- Si l'excitation devient supérieure à  $H_1$ , le point de fonctionnement repasse sur la droite supérieure, en F.

Ce fonctionnement peut être illustré en prenant une évolution sinusoïdale de l'excitation. Représentons simultanément les évolutions de  $H_a(t)$  et  $B_a(t)$  :



L'absence de relation simple et la possibilité d'obtenir deux valeurs de champ magnétique pour une excitation donnée **empêchent la définition d'une perméabilité relative pour ce matériau**. De plus, si  $M_a = -M_1$ ,

$$\boxed{B_a = \mu_0 (H_a - M_1)} \quad (1)$$

Sur la description du cycle, notons que si l'aimantation vaut  $-M_1$  et si  $H_a$  reste inférieur à  $H_1$ , alors il n'y a plus de changement de signe de l'aimantation et  $B_a$  conserve une valeur de  $-\mu_0 M_1$ . C'est le fonctionnement prévu dans la suite de l'énoncé.

## Mines Chimie PSI 2018 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Alexandre Herault (professeur en CPGE) ; il a été relu par Fabrice Maquère (professeur agrégé) et Stéphane Ravier (professeur en CPGE).

---

Ce problème s'intéresse au bioéthanol, qui est un carburant d'origine végétale. Son utilisation permet de ne pas puiser dans les ressources naturelles fossiles et limite la création de gaz à effet de serre. L'étude est divisée en cinq thèmes distincts.

- On commence par étudier de manière thermodynamique la formation anaérobie de l'éthanol, puis sa combustion dans l'air. On utilise les méthodes classiques telles que la loi de Hess et la calorimétrie.
- Dans un deuxième temps, ce sont les diagrammes potentiel-pH de l'éthanol et du manganèse qui sont étudiés. Les diagrammes sont donnés et l'on doit, comme souvent, déterminer les équations de quelques frontières ainsi qu'un potentiel standard.
- La troisième partie est l'étude d'un dosage de l'éthanol contenu dans un flacon de biocarburant. Il s'agit d'un dosage rédox en retour à l'aide des ions permanganate  $\text{MnO}_4^-$ . Les diagrammes potentiel-pH de la partie précédente sont utilisés pour déterminer les réactions mises en jeu.
- La quatrième partie aborde rapidement une pile à combustible utilisant le bioéthanol. On détermine les réactions aux électrodes ainsi que la tension à vide de la pile.
- On termine par deux questions autour du rhodium, catalyseur utilisé pour produire du dihydrogène à partir de bioéthanol. On utilise la structure cristalline du rhodium pour calculer son rayon atomique à partir de sa masse volumique donnée dans l'énoncé.

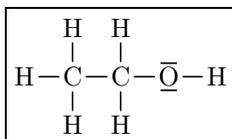
Thermodynamique et oxydoréduction sont les principaux outils utilisés dans ce problème. Les questions posées sont très classiques et les méthodes utilisées sont celles qui reviennent tous les ans dans les différentes épreuves de la filière PSI. Ce sujet est de ce fait un excellent entraînement pour les sessions à venir. Les applications numériques sans calculatrice étaient parfois délicates dans ce problème, particulièrement le calcul final ; il convenait donc d'être habitué à calculer et à faire des approximations, même importantes.

## INDICATIONS

- 1 La formule brute de l'éthanol peut s'écrire  $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$ . Penser aux doublets non liants, pour la représentation et pour les interactions intermoléculaires.
- 2 Le seul réactif est le glucose. Préciser les états physiques.
- 3 Utiliser la réaction de combustion pour déterminer l'enthalpie standard de formation du glucose.
- 4 La combustion forme de l'eau et du  $\text{CO}_2$ . Penser à l'origine végétale et au mécanisme de photosynthèse pour évaluer le bilan carbone de cette combustion.
- 5 Il faut considérer que l'évolution du système se fait à pression constante et de manière adiabatique. On peut ne prendre en compte que le changement de température de l'eau, présente en grande quantité.
- 8 Il s'agit de la précipitation du solide  $\text{Mn}(\text{OH})_{2(\text{s})}$ . Se placer à l'apparition du premier cristal.
- 9 Sur les deux frontières considérées ici, on a égalité des concentrations.
- 10 Établir l'équation de la frontière puis lire graphiquement la valeur de  $E$  à  $\text{pH} = 0$ .
- 11 Attention, c'est la configuration du cation qui est demandée. Les électrons arrachés sont ceux qui sont le plus éloignés du noyau.
- 13 La réduction du permanganate va jusqu'au domaine (4) car le domaine (3) est encore disjoint de celui de l'éthanol.
- 14  $\text{Fe}^{2+}$  s'oxyde en  $\text{Fe}^{3+}$ .
- 15 Combien de temps prend l'étape 3 ?
- 16 L'équivalence permet de déterminer l'excès de permanganate  $\text{MnO}_4^-$ . Connaisant la quantité totale ajoutée, on relie la quantité qui a réagi à  $n_2$ .
- 17 Quelle est la forme du manganèse +II en milieu basique ?
- 18 Déterminer les couples en présence et écrire les demi-équations électroniques.
- 21 Il faut utiliser la relation entre  $e^\circ$ , la tension à vide standard, et  $\Delta_r G^\circ$ .
- 23 Ne pas hésiter à faire des approximations grossières pour l'application numérique qui est très pénible sans calculatrice.

## LE BIOÉTHANOL

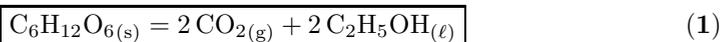
1 La structure de Lewis de l'éthanol, de formule brute  $C_2H_5OH$ , est



On ne représente usuellement pas les atomes d'hydrogène, ni explicitement les atomes de carbone (représentation topologique), surtout pour les grosses molécules, mais dans une question demandant explicitement une structure de Lewis, il est nécessaire de bien détailler la formule développée, surtout pour une petite molécule. Attention à ne pas oublier les doublets non liants.

La formation de **liaisons hydrogène** entre l'eau et l'éthanol explique leur miscibilité. Ceci a pour conséquence que les carburants à base de mélange d'essence et d'éthanol sont probablement, au moins partiellement, miscibles avec l'eau.

2 La fermentation étant « anaérobie », elle ne consomme pas de dioxygène et son équation de réaction s'écrit, en notant  $C_2H_5OH$  l'éthanol,



Il est très fortement conseillé, notamment pour les études thermodynamiques, de toujours noter les états physiques des constituants dans une équation de réaction.

3 D'après la loi de Hess,

$$\Delta_r H_1^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ = 2 \Delta_f H^\circ(CO_{2(g)}) + 2 \Delta_f H^\circ(C_2H_5OH_{(\ell)}) - \Delta_f H^\circ(C_6H_{12}O_{6(s)})$$

Utilisons la combustion du glucose pour déterminer dans un premier temps l'enthalpie standard de formation  $\Delta_f H^\circ(C_6H_{12}O_{6(s)})$  :

$$\Delta_{\text{comb}} H^\circ = 6 \Delta_f H^\circ(CO_{2(g)}) + 6 \Delta_f H^\circ(H_2O_{(g)}) - \Delta_f H^\circ(C_6H_{12}O_{6(s)}) - 6 \Delta_f H^\circ(O_{2(g)})$$

$$\text{Numériquement,} \quad \Delta_f H^\circ(C_6H_{12}O_{6(s)}) = -1\,000 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$

Dans une épreuve sans calculatrice, il faut savoir conduire les calculs simples rapidement et ne pas hésiter à faire des approximations. On note en remarque les calculs simples qui nous permettent d'obtenir les résultats.

$$\begin{aligned} \Delta_f H^\circ(C_6H_{12}O_{6(s)}) &= 2\,816 - 6 \times 394 - 6 \times 242 = 2\,816 - 6 \times 636 \\ &\approx 2\,800 - 3\,800 = -1\,000 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1} \end{aligned}$$

Il se trouve que le calcul exact est effectivement égal à  $-1\,000$  mais le calcul rapide en ordre de grandeur doit être privilégié car c'est celui qui permet la meilleure efficacité dans une épreuve très courte, et c'est également le seul facile à conduire lorsque les calculs se compliquent.

On a alors pour la fermentation

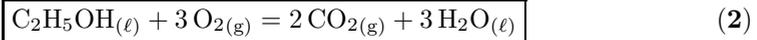
$$\Delta_r H_1^\circ = 2 \times (-394) + 2 \times (-277) + 1\,000 \approx -800 - 550 + 1\,000 \quad (\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1})$$

d'où

$$\boxed{\Delta_r H_1^\circ \approx -350 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}}$$

Comme  $\Delta_r H_1^\circ < 0$ , la réaction (1) est **exothermique**.

4 La combustion de l'éthanol, liquide à la température initiale, dans l'air s'écrit



Une réaction de combustion ne forme que du  $\text{CO}_2$  et de l'eau, qui ici est encore liquide à la température finale.

On dit que le bioéthanol est un carburant propre car il ne provient pas des ressources fossiles. Il est issu de la fermentation du glucose, lui-même issu de sources végétales. Les végétaux ont absorbé du  $\text{CO}_2$  lors du processus de photosynthèse. On dit que le bilan carbone est nul car le  $\text{CO}_2$  produit lors de la combustion avait en fait été préalablement absorbé par les plantes. Il n'y a donc pas « création » de gaz à effet de serre, même si du  $\text{CO}_2$  est effectivement produit lors de la combustion.

5 Pour résoudre cette question, on considère que la réaction est adiabatique et se déroule à pression constante.

L'énoncé utilise le terme de « bombe calorimétrique », ce qui signifie normalement que le système évolue à volume constant et non à pression constante. Il s'agit d'un manque important de précision de l'énoncé car le programme se limite aux évolutions à pression constante.

L'évolution se faisant à pression constante, la variation d'enthalpie du système est égale au transfert thermique :

$$\Delta H = Q_P$$

On suppose la transformation adiabatique en négligeant les transferts d'énergie avec le milieu extérieur :

$$Q_P = 0$$

On est donc dans une situation d'évolution isenthalpique et

$$\Delta H = 0$$

Comme  $H$  est une fonction d'état, sa variation ne dépend pas de la transformation. On choisit de décomposer cette transformation en deux étapes :

- la réaction à température et pression constantes, induisant la variation d'enthalpie

$$\Delta H_a = \int_0^\xi \Delta_r H d\xi \approx n_0 \Delta_r H_2^\circ$$

avec  $n_0$  la quantité de matière initiale d'éthanol, d'expression

$$n_0 = \frac{m_0}{\mathcal{M}} = \frac{3}{46} \approx \frac{3}{50} \approx 6.10^{-2} \text{ mol}$$

- la variation de température du système global, induisant la variation d'enthalpie

$$\Delta H_b = \int_{T_i}^{T_f} C_{P,\text{tot}} dT$$

avec  $C_{P,\text{tot}}$  la capacité calorifique totale du système qui change de température. La quantité d'eau présente dans le calorimètre étant importante, on néglige tous les autres composants du système de sorte que

$$C_{P,\text{tot}} = C_{P,\text{eau}} = n_{\text{H}_2\text{O}} C_{P,m}^\circ(\text{H}_2\text{O}_{(\ell)})$$

$$\text{avec } n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{1000}{18} = 55 \text{ mol.}$$

## X/ENS Physique PSI 2018 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Julien Dumont (professeur en CPGE) ; il a été relu par Tom Morel (professeur en CPGE) et Stéphane Ravier (professeur en CPGE).

---

Le sujet porte sur le transport de l'énergie électrique par voie filaire, ainsi que sur des problématiques qui s'y rattachent.

- Dans une première partie, c'est le rendement énergétique du réseau qui est étudié. On s'attache d'abord à évaluer la puissance perdue en ligne et quelques paramètres de performance qui lui sont associés, principalement le rendement. C'est ce dernier que l'on cherche à optimiser au fil des questions. À cette fin, le sujet propose des mécanismes de compensation de pertes à travers des systèmes utilisant des composants passifs ou des interrupteurs commandés. Les domaines du cours abordés sont précis et tournent tous autour de la conversion de puissance et du transfert d'énergie.
- La seconde partie s'intéresse aux défauts dans les lignes, en développant une analogie avec la corde vibrante. Les questions abordent quasi exclusivement le cours, que ce soit l'établissement de l'équation de propagation ou les calculs de l'impédance caractéristique.

Le problème est assez long et propose des thématiques variées, autour de l'électrocinétique et de la physique des ondes. Ce sujet constitue une très bonne synthèse sur ces chapitres et l'occasion d'un entraînement approfondi.

**INDICATIONS**

- 10 Écrire la loi des nœuds pour l'intensité  $i(t)$  traversant l'installation et utiliser la notation complexe.
- 11 Un condensateur en parallèle de l'installation est une bonne solution, mais il faut déterminer sa capacité en utilisant les complexes une fois encore.
- 15 Question très difficile : démontrer d'abord que la relation

$$I_0 \sin(\varphi) + I_C \sin(\varphi_M) = 0$$

- permet d'optimiser le rendement. Utiliser alors la géométrie pour conclure à partir du dessin de l'énoncé.
- 18 La qualité du lissage dépend des ordres de grandeur respectifs des impédances de la bobine et de la résistance.
- 22 Question difficile : il faut étudier tous les couples d'interrupteurs pouvant être fermés simultanément et regarder ce que cela entraîne pour la tension  $u_1(t)$  et l'intensité  $i(t)$ .
- 24 On est censé trouver une allure de tension lissée : est-ce le cas ?
- 26 Deux composants particuliers permettent d'étudier les grandeurs demandées.
- 33 Cette question nécessite d'utiliser les relations des questions précédentes.
- 35 Le sujet comporte une coquille évidente, prendre les définitions des puissances du début de l'énoncé.
- 38 Utiliser, une nouvelle fois, la notation complexe.
- 41 Traduire la fixation de la corde en zéro pour la somme des ondes incidente et réfléchie.
- 42 Écrire le théorème de la puissance cinétique puis dériver les différents termes, dont certains vont se simplifier grâce à l'équation de d'Alembert.
- 44 Il y a une erreur d'énoncé sur le signe de l'expression demandée.
- 48 L'onde est progressive s'il n'y a pas d'onde réfléchie. Cette situation conduit à une condition faisant intervenir  $Z_C$  et  $Z_D$ .
- 49 Évaluer les grandeurs demandées grâce aux formules fournies aux différents points d'intérêt et combiner les relations obtenues.

## PROBLÈMES LIÉS À LA DISTRIBUTION FILAIRE DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

**1** La situation pour laquelle l'intensité est la même en tout point de la ligne et à tout instant correspond au fait que l'on néglige la propagation dans le fil. C'est donc dans le cadre de **l'approximation des régimes quasi stationnaires** (ou quasi permanents) que cette condition est vérifiée. Ici, il faut que le temps de propagation le long de la ligne soit négligeable devant le temps typique de variation des phénomènes électriques. Autrement dit, que la longueur typique  $D$  parcourue par les courants soit faible devant la longueur d'onde  $\lambda = c/f$ ; ce qui se formule finalement en

$$D \ll \frac{c}{f}$$

| La question 6 permet de quantifier cette relation.

**2** La différence entre les deux tensions proposées correspond à la chute de tension dans la ligne, plus précisément  $Ri_S(t)$ , où  $R$  est la résistance de la ligne. On peut donc considérer que les **tensions sont égales dès lors que  $Ri_S^2 \ll u_S$** .

**3** La perte en ligne est précisément due à la résistance de ligne, qui dissipe la puissance sous forme de chaleur à travers **l'effet Joule**, et, de façon beaucoup plus marginale, à des **pertes par rayonnement**.

**4** L'intensité utilisée dans la formule proposée est **l'intensité efficace** du courant parcourant la ligne.

| Toutes les questions précédentes sont des questions de début de sujet et auraient pu être réunies en une seule et même question.

**5** Dans le cas d'un conducteur ohmique cylindrique de longueur  $d$ , de section  $S$  et de résistivité  $\rho$ , la résistance vaut  $R = \rho d/S$  et conduit à une puissance Joule dissipée  $P_J = \rho d/SI^2$ . Par rapport à la forme proposée, le coefficient  $K$  s'identifie alors au rapport  $\rho/S$ , ainsi les pertes sont favorisées par l'utilisation d'un conducteur à grande résistivité (c'est logique) et des fils de petites sections. C'est d'ailleurs pour cela que les fils de câbles à hautes tensions sont souvent épais.

**6** L'intensité est sinusoïdale **à la condition que l'installation soit linéaire** et que celle-ci soit bien entendu alimentée par un réseau de fréquence  $f$  correspondant à la fréquence désirée. En Europe, le réseau est alimenté en 50 Hz pour une tension efficace de 230 V (soit environ 320 V en tension maximale, c'est-à-dire la tension efficace multipliée par  $\sqrt{2}$ ).

| La valeur de la tension efficace traditionnellement apprise est plutôt 220 V et elle a sans doute été comptée comme correcte, mais elle a en réalité été abrogée en 1986 ! Le réseau est passé progressivement de 220 à 230 V depuis.

On peut désormais exprimer quantitativement la condition de la question 1, si l'on prend comme ordre de grandeur de la vitesse de propagation celle de la lumière,

$$D \ll \frac{c}{f} \quad \text{soit numériquement} \quad D \ll 6 \cdot 10^3 \text{ km}$$

C'est une valeur acceptable entre des relais haute tension éloignés de quelques dizaines de kilomètres, mais plus discutable pour des lignes très hautes tensions de plusieurs centaines de kilomètres.

**7** L'énoncé donne la définition du rendement et de la puissance perdue dans la ligne

$$\eta = \frac{P}{P + P_L} \quad \text{et} \quad P_L = K d I_0^2$$

Par conséquent, il reste à calculer la puissance consommée par l'installation, soit

$$P = \langle u_D(t) i_D(t) \rangle = U_0 I_0 \cos(\varphi)$$

Finalement,

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{K d P}{U_0^2 \cos^2(\varphi)}}$$

**8** Le seul autre facteur sur lequel on peut jouer pour augmenter le rendement est la tension  $U_0$ , qu'il faut avoir la plus grande possible. Pour cela, on réalise en pratique une élévation de tension grâce à un transformateur avant « le départ en ligne », ce qui conduit à des lignes dites **lignes à hautes tensions**, puis l'on utilise un second transformateur abaisseur afin de revenir à des tensions de l'ordre de 230 V.

Sur le réseau français, ces lignes sont de l'ordre de 400 kV pour le réseau THT (Très Hautes Tensions) et 220 kV pour le réseau HT (Hautes Tensions).

**9** La puissance consommée par le dispositif de compensation vaut

$$P_C = \langle u_D(t) i_C(t) \rangle = U_0 I_C \cos(\varphi_C)$$

Celle-ci est donc nulle lorsque l'intensité et la tension sont **en quadrature** de phase.

$$\text{La puissance moyenne } P_C \text{ est nulle pour } \varphi_C = \pm \frac{\pi}{2}.$$

**10** La puissance nulle impose la valeur de  $\varphi_C$  au signe près. Si l'on regarde l'expression du rendement établie à la question 7, le seul paramètre permettant de régler ce dernier est la valeur de l'intensité efficace, qu'il faut tenter de minimiser. Or, une fois le branchement effectué, l'installation est alimentée par un courant de la forme de  $i(t)$  et le dispositif de compensation par  $i_C(t)$ , soit un courant de ligne total

$$i_D(t) = i(t) + i_C(t) = I_0 \sqrt{2} \cos(2\pi f t + \varphi) + I_C \sqrt{2} \cos\left(2\pi f t \pm \frac{\pi}{2}\right)$$

En notation complexe et avec les valeurs efficaces, on a

$$\underline{i}_D = I_0 e^{j\varphi} \pm j I_C \quad \text{soit} \quad I_D = \sqrt{(I_0 \cos(\varphi))^2 + (I_0 \sin(\varphi) \pm I_C)^2}$$

L'énoncé précise que  $\varphi$  est négatif mais plus grand que  $-\pi/2$ , par conséquent le sinus est négatif. Ainsi, pour maximiser le rendement et puisque  $\cos(\alpha + \pi/2) = -\sin(\alpha)$  et  $\cos(\alpha - \pi/2) = +\sin(\alpha)$ , il faut choisir

$$I_C = -I_0 \sin(\varphi) \quad \text{soit} \quad i_C(t) = \pm I_0 \sqrt{2} \sin(\varphi) \sin(2\pi f t)$$

**11** Pour réaliser la condition précédente, on peut envisager d'utiliser un **condensateur** de capacité  $C$  comme système de compensation. En effet, on aurait

$$C \frac{d u_D(t)}{dt} = i_C(t) \quad \longleftrightarrow \quad j C \omega U_0 = -I_0 \sin(\varphi)$$

Avec  $P = U_0 I_0 \cos(\varphi)$ ,

$$C = -\frac{I_0 \sin(\varphi)}{2\pi f U_0} = -\frac{P \tan(\varphi)}{2\pi f U_0^2} > 0$$

## X/ENS Modélisation PSI 2018 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Jérôme Didier (professeur en CPGE) et Cyril Ravat (professeur en CPGE); il a été relu par Olivier Frantz (professeur agrégé en école d'ingénieurs) et Stéphane Ravier (professeur en CPGE).

---

Ce sujet porte sur l'étude d'un bras exosquelette haptique (« à retour de force »). L'introduction s'intéresse aux diverses applications d'un dispositif de ce type.

- La première partie propose la mise en équations du problème simplifié. L'étude mécanique du système est suivie par la mise en place du couplage via un contrôleur entre le maître et l'esclave, l'objectif étant de déterminer les paramètres du contrôleur afin de vérifier le cahier des charges.
- La deuxième partie se focalise sur l'exigence de stabilité. La fonction de transfert donnée étant relativement simple, les aspects traités restent proches du programme de prépa.
- La troisième partie traite l'étude dynamique du bras avec la détermination des couples à imposer afin d'obtenir le comportement souhaité: l'opérateur ne doit ressentir que la force désirée et pas les effets dynamiques du bras.
- Deux constituants du banc permettant de tester le bras exosquelette sont étudiés dans la quatrième partie. Un capteur de couple met tout d'abord en jeu une variation de résistance par déformation mécanique, mesurée électriquement à l'aide d'un pont de Wheatstone. Deux solutions pour un capteur de position angulaire sont ensuite comparées. Cela donne notamment l'occasion de traiter le thème physique de l'échantillonnage et de mettre en place un codage original d'entiers relatifs.

Ce sujet est intéressant et cohérent. On peut regretter toutefois que 5 questions seulement sur 51 soient associées à l'informatique, ce qui poursuit une évolution entamée ces dernières années. Quelques erreurs d'énoncé ont pu déstabiliser les candidats.

**INDICATIONS**

- 18 Cette question est relativement calculatoire, il ne faut pas oublier d'exclure les termes d'ordre supérieur à 1 lors de la multiplication.
- 27 Le théorème du moment dynamique étant appliqué en un point non fixe, l'accélération de ce point apparaît donc dans le calcul du moment dynamique.
- 35 Il faut lire dans l'énoncé  $f_M < F_e/4$  et non  $f_M < 4F_e$ . La fréquence de coupure du filtre doit garder la bande de base et supprimer les autres.
- 36 La caractéristique suit la première bissectrice du plan.
- 39 Penser à simplifier le calcul par symétrie du signal sur les quatre quarts de période.
- 40 Il faut lire dans l'énoncé  $R = S^2/e_{\text{eff}}^2$  et non  $R = S/e_{\text{eff}}^2$ . La question suivante n'aurait aucun sens avec cette définition.
- 42 La valeur de  $N$  est donnée dans l'énoncé et permet de déterminer  $q$  et  $M$ . La fonction est à réaliser pour un fonctionnement sur  $N$  bits.
- 43 Attention à ne pas décaler les valeurs obtenues : pour un signal faible, le niveau est égal à 1 et non 0.
- 44 L'énoncé précisant le codage est faux à cette question. Il faut reprendre la première explication, avant la question 37. En déduire ensuite la relation  $n$ -représentation dans les deux cas,  $n$  positif et  $n$  négatif.
- 45 Il s'agit d'une conversion base décimale vers base binaire. Il faut adapter le cours pour utiliser ici une chaîne de caractères. La concaténation est possible à droite ou à gauche.
- 49 Le couplage est parfait, mais l'angle entre la bobine rotorique et chaque bobine statorique modifie l'amplitude du flux reçu. Une fois le flux calculé, il faut le dériver, sans oublier que  $\theta$  est faiblement variable devant  $\omega t$ .
- 50 Il faut montrer que l'on peut accéder à  $\cos \theta$  et  $\sin \theta$  en valeur absolue et en signe. Cela permet d'obtenir  $\theta$ .

## BRAS EXOSQUELETTE HAPTIQUE

Le sujet adopte une notation simplifiée des fonctions de transfert sans toutefois l'indiquer clairement ; par exemple les deux impédances notées  $Z_m(p)$  et  $Z_s(p)$  au début deviennent subitement  $Z_m$  et  $Z_s$ .

**1** Ce type de dispositif haptique peut être utilisé pour effectuer des tâches à distance en conservant la sensation physique de l'action. Cela permet de :

- manipuler des objets dans un environnement dangereux ;
- réaliser des opérations chirurgicales.

L'intérêt majeur des dispositifs haptiques est le retour d'informations qui permet à l'utilisateur de ressentir les actions mécaniques réelles.

On serait tenter de répondre : « porter des charges lourdes ». Cependant, cette réponse est incomplète car l'objet du système haptique est de faire ressentir à l'opérateur les efforts subis par le robot. Ainsi, le port d'une charge lourde retournera à l'opérateur une « image » du poids.

### 1. VÉRIFICATION DE L'EXIGENCE DE PRÉCISION

**2** On utilise le théorème du moment dynamique appliqué à l'arbre maître en projection suivant son axe de rotation. On obtient alors l'équation suivante

$$I_m \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = C_m + C_h - b_m \frac{d\theta_m}{dt}$$

De même pour l'arbre esclave,

$$I_s \frac{d^2 \theta_s}{dt^2} = C_s + C_e - b_s \frac{d\theta_s}{dt}$$

**3** Les conditions initiales étant nulles, les équations obtenues à la question précédente s'écrivent, dans le domaine de Laplace,

$$I_m p^2 \theta_m = C_m + C_h - b_m p \theta_m \quad \text{et} \quad I_s p^2 \theta_s = C_s + C_e - b_s p \theta_s$$

Ainsi, en utilisant les expressions des impédances  $Z_m(p)$  et  $Z_s(p)$ , on a

$$Z_m(p) \theta_m = C_m + C_h \quad \text{et} \quad Z_s(p) \theta_s = C_s + C_e$$

De plus, on impose  $C_e = C_m$  et  $C_s = K(\theta_m - \theta_s)$ . Par conséquent, on obtient les équations

$$C_h = Z_m(p) \theta_m - C_e \quad \text{et} \quad \theta_s = \frac{C_s + C_e}{Z_s(p)} = \frac{K(\theta_m - \theta_s)}{Z_s(p)} + \frac{C_e}{Z_s(p)}$$

Ainsi,

$$\theta_s = \frac{K\theta_m + C_e}{K + Z_s(p)}$$

Le problème peut donc se mettre sous la forme matricielle

$$\begin{pmatrix} C_h \\ \theta_s \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} \theta_m \\ C_e \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad H = \begin{pmatrix} \frac{Z_m(p)}{K} & -1 \\ \frac{1}{K + Z_s(p)} & \frac{1}{K + Z_s(p)} \end{pmatrix}$$

4] Idéalement, l'angle de l'esclave doit être identique à celui du maître et le couple qu'exerce l'opérateur sur le maître doit être opposé au couple de l'extérieur sur l'esclave, ce qui se traduit par les relations

$$\theta_m(t) = \theta_s(t) \quad \text{et} \quad C_h(t) = -C_e(t)$$

La valeur idéale de la matrice H est donc

$$H = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

5] On mesure les deux premières grandeurs dans la configuration  $C_e = 0$  (mouvement libre sans action de l'environnement extérieur sur l'esclave) et les deux autres dans la configuration  $\theta_s = 0$  (l'esclave est bloqué à un angle nul).

6] En utilisant la relation  $\begin{pmatrix} C_h \\ \theta_s \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} \theta_m \\ C_e \end{pmatrix}$ , on obtient le système d'équations :

$$\begin{cases} C_h = h_{11}\theta_m + h_{12}C_e \\ \theta_s = h_{21}\theta_m + h_{22}C_e \end{cases}$$

Ainsi, lorsque  $C_e = 0$ , le système se simplifie en

$$\begin{cases} C_h = h_{11}\theta_m \\ \theta_s = h_{21}\theta_m \end{cases}$$

ce qui permet d'obtenir les expressions de  $X_T$  et  $Z_{\min}$

$$Z_{\min} = \left. \frac{C_h}{\theta_m} \right|_{C_e=0} = h_{11} \quad \text{et} \quad X_T = \left. \frac{\theta_s}{\theta_m} \right|_{C_e=0} = h_{21}$$

En revanche, lorsque  $\theta_s = 0$ , le système devient

$$\begin{cases} C_h = h_{11}\theta_m + h_{12}C_e \\ 0 = h_{21}\theta_m + h_{22}C_e \end{cases}$$

En injectant  $\theta_m$  dans la première équation, on obtient

$$C_h = h_{11} \left( -\frac{h_{22}}{h_{21}} C_e \right) + h_{12} C_e = \frac{h_{12}h_{21} - h_{11}h_{22}}{h_{21}} C_e$$

ce qui conduit à

$$F_T = -\left. \frac{C_e}{C_h} \right|_{\theta_s=0} = \frac{h_{21}}{h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}}$$

De même, en injectant  $C_e$  dans la première équation,

$$C_h = h_{11}\theta_m + h_{12} \left( -\frac{h_{21}}{h_{22}} \theta_m \right) = \frac{h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}}{h_{22}} \theta_m$$

soit

$$Z_{\max} = \left. \frac{C_h}{\theta_m} \right|_{\theta_s=0} = \frac{h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}}{h_{22}}$$

7] L'énoncé fournit les expressions de chaque boîte :

$$(1) = 1/Z_m(p) \quad (2) = K_1 \quad (3) = H_c \quad (4) = 1/Z_s(p) \quad (5) = K_2$$